

1^{ère} Partie

Electrostatique dans le vide

Chapitre I

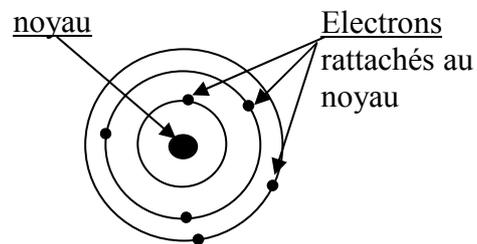
LOI DE COULOMB ET FORCES ELECTROSTATIQUES

L'électrostatique étudie les interactions électriques entre les charges immobiles (statique), maintenues fixes dans un milieu de référence donné.

I- INTRODUCTION :

1- Constitution électrique de la matière

La matière est constituée d'un ensemble d'atomes ou molécules. Un atome est formé d'un noyau contenant des protons de charge positive, et des neutrons de charge neutres et des électrons de charge négative.



Atome de charge globale nulle

Remarque : Si un électron est arraché (ou rajouté) à un atome, on obtient un **ion**.

Les phénomènes électriques peuvent être interprétés dans la plupart des cas à l'aide de trois particules élémentaires : l'électron, le proton et le neutron.

$$\text{L'électron : } \begin{cases} \text{charge négative} \\ q_e = -e \text{ avec } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \\ m_e = 0,91 \cdot 10^{-31} \text{Kg (masse de l'électron)} \end{cases}$$

$$\text{Le proton : } \begin{cases} \text{charge positive} \\ q_p = +e \text{ avec } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \\ m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{Kg (masse du proton)} \end{cases}$$

$$\text{Le neutron : } \begin{cases} \text{charge neutre} \\ q_n = 0 \\ m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{Kg (masse du neutron)} \end{cases}$$

L'état électrique de la matière est caractérisé donc par ce qu'on appelle : charge électrique.

La charge électrique est une quantité scalaire qui peut être positive, négative ou nulle. C'est une grandeur physique qui s'exprime en Coulomb "C" dans le système MKSA. Elle n'existe qu'en quantités discrètes. Elle est donc quantifiée :

$$q = \pm n.e$$

avec e: la charge élémentaire et n: un entier positif.

Dire que la charge est quantifiée équivaut à affirmer que toute charge électrique Q s'exprime comme un multiple entier de celle de l'électron ou du proton.

On distingue deux types de charges électriques: les charges positives et les charges négatives. L'expérience a montré clairement que :

- les charges de même signe se repoussent ;
- les charges de signes contraires s'attirent.

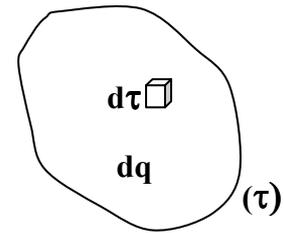
2 – Distribution de charges :

a - Charges ponctuelles :

Une charge est dite ponctuelle si le volume du corps chargé est infiniment petit par rapport aux distances considérées. C'est l'équivalent du point matériel en mécanique.

b- Distribution continue de charges :

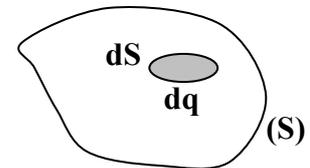
On dit qu'un volume τ porte une distribution continue de charges Q , si tout élément de volume élémentaire $d\tau$ de τ porte une charge élémentaire dq . Une telle distribution est dite volumique et le rapport $\rho = \frac{dq}{d\tau}$ est appelé densité volumique



de charges. La charge totale Q du volume τ est :

$$Q = \iiint_{\tau} dq = \iiint_{\tau} \rho.d\tau$$

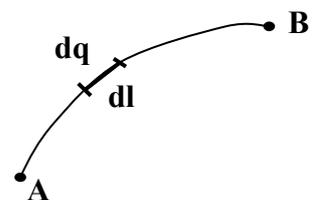
Si la charge Q est répartie sur une surface S , la distribution est dite surfacique et le rapport $\sigma = \frac{dq}{dS}$ est appelé densité surfacique (ou superficielle) de charges.



La charge totale Q est :

$$Q = \iint_S dq = \iint_S \sigma.dS$$

Si la charge Q est répartie sur une ligne L , la distribution est dite linéique et le rapport $\lambda = \frac{dq}{dl}$ est appelé densité linéique de charges. La charge totale Q est :



$$Q = \int_{AB} dq = \int_{AB} \lambda \cdot dl$$

Si la densité de charge (volumique, surfacique ou linéique) est constante, la distribution de charges est dite uniforme et le corps est dit uniformément chargé.

II- LOI DE COULOMB et FORCES ELECTROSTATIQUES :

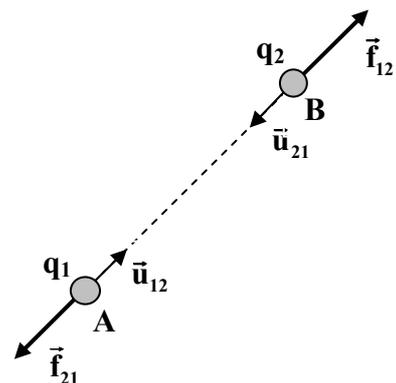
La loi de Coulomb est une hypothèse fondamentale, qui est la base de l'électrostatique.

Cette loi exprime la force entre deux charges ponctuelles. Les démonstrations expérimentales réalisées en 1785 par le physicien français Charles Augustin Coulomb et en s'inspirant de la loi d'attraction gravitationnelle entre deux masses, ont montré que cette force est inversement proportionnelle au carré de la distance entre les deux charges et qu'elle est proportionnelle au produit des charges en présence.

1 – Formalisme :

On considère deux charges ponctuelles q_1 et q_2 (toutes les deux positives ou toutes les deux négatives) placées à une distance r l'une de l'autre aux points A et B.

la charge q_2 située en B est soumise à une force \vec{f}_{12} exercée par la charge q_1 . Cette force est dirigée selon le vecteur unitaire \vec{u}_{12} :



$$\vec{f}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{12}$$

De même, la charge située en A est soumise à une force \vec{f}_{21} exercée par la charge q_2 . \vec{f}_{21} est dirigée dans le sens du vecteur unitaire \vec{u}_{21} .

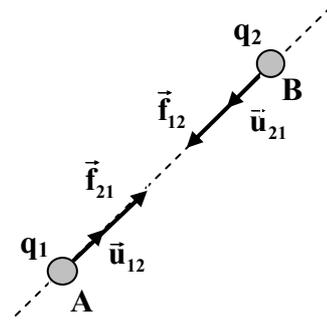
$$\vec{f}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{21}$$

D'après le principe de l'action et de réaction, les deux forces \vec{f}_{12} et \vec{f}_{21} sont égales et opposées.

$$\text{On a : } \vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21} \quad \text{et} \quad |\vec{f}_{12}| = |\vec{f}_{21}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Remarque :

- Si les charges q_1 et q_2 sont de signes contraires, la charge q_2 située en B est soumise à une force \vec{f}_{12} dirigée dans le sens du vecteur unitaire \vec{u}_{21} alors que la charge q_1 située en A est soumise à une force \vec{f}_{21} dirigée dans le sens du vecteur unitaire \vec{u}_{12} . De même, les forces \vec{f}_{12} et \vec{f}_{21} sont égales et opposées.



- Dans un cas comme dans l'autre, les forces sont radiales, c'est à-dire portées par l'axe qui joint les deux charges.

Enoncé de la loi de Coulomb :

Deux charges électriques ponctuelles exercent l'une sur l'autre une force, dirigée selon la direction qui les joint, proportionnelle à chacune des deux charges électriques et inversement proportionnelle au carré de leur distance.

Dans l'expression des forces :

- la valeur de k est : $k = 9.10^9$ (N.m²/C). Elle s'exprime souvent sous la forme :

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \text{où } \epsilon_0 \text{ est la permittivité diélectrique du vide qui vaut :}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi.10^9} = 8,85.10^{-12} \left(\frac{C^2}{N.m^2} \right)$$

- La distance r et les charges q_1 et q_2 s'expriment respectivement en m et en C (Coulomb).

L'unité de la force est le Newton (N)

2- Principe de superposition :

a - Distribution discontinue de charges :

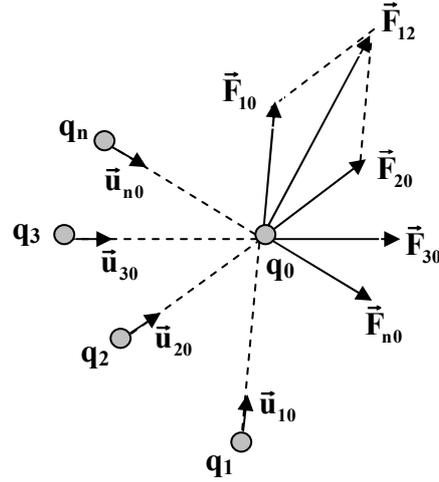
Soient n charges q_1, q_2, \dots, q_n placées dans le vide. La force résultante \vec{F} exercée par ces charges sur une charge q_0 , placée dans le même milieu, est la superposition des forces $\vec{F}_{10}, \vec{F}_{20}, \dots, \vec{F}_{n0}$ exercées par q_1, q_2, \dots, q_n sur q_0 , qui sont déterminées par la loi de Coulomb :

$$\vec{F}_{10} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_1}{r_{10}^2} \vec{u}_{10}$$

$$\vec{F}_{20} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_2}{r_{20}^2} \vec{u}_{20}$$

$$\vdots$$

$$\vec{F}_{n0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_n}{r_{n0}^2} \vec{u}_{n0}$$



La résultante \vec{F} est:

$$\vec{F} = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} + \dots + \vec{F}_{n0}$$

D'où
$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i$$

Avec $r_{10} = r_1, r_{20} = r_2, \dots, r_{n0} = r_n$ et $\vec{u}_{10} = \vec{u}_1, \vec{u}_{20} = \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_{n0} = \vec{u}_n$

b – Distributions continues de charges :

α – Distribution linéique :

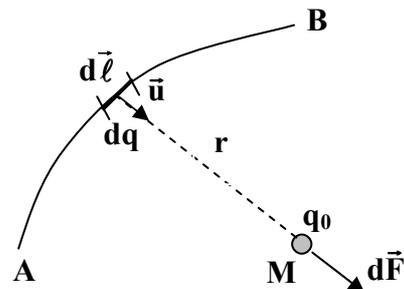
Soit un fil conducteur uniformément chargé de densité linéique λ :

La force élémentaire $d\vec{F}$ exercée par un élément $d\vec{\ell}$ du fil, contenant la charge élémentaire dq considérée comme une charge ponctuelle, sur une charge q_0 est :

$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 dq}{r^2} \vec{u} \text{ avec } dq = \lambda d\ell$$

La force totale \vec{F} exercée par le fil AB sur q_0 est :

$$\vec{F} = \int_{AB} d\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_A^B \frac{\lambda d\ell}{r^2} \cdot \vec{u}$$

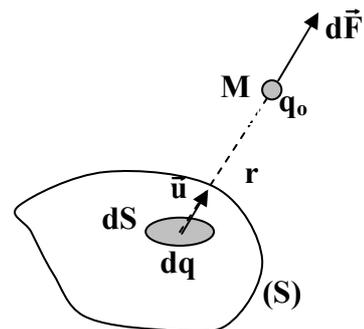


or λ est une constante, d'où
$$\vec{F} = \frac{\lambda q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_A^B \frac{d\ell}{r^2} \cdot \vec{u}$$

β – Distribution surfacique :

Soit une surface uniformément chargée avec une densité surfacique σ .

La force élémentaire $d\vec{F}$ exercée sur la charge q_0 par la charge dq contenue dans l'élément de surface dS est :



$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 dq}{r^2} \vec{u} \text{ avec } dq = \sigma dS$$

La force totale \vec{F} exercée par la distribution surfacique sur q_0 est :

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \frac{\sigma dS}{r^2} \cdot \vec{u}$$

γ – Distributions volumiques :

De même pour une distribution volumique, une charge dq contenue dans un élément de volume $d\tau$ exerce sur la charge q_0 une force élémentaire $d\vec{F}$:

$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 dq}{r^2} \vec{u} \text{ avec } dq = \rho d\tau$$

La force totale \vec{F} exercée par tout le volume τ sur la charge q_0 est :

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{\tau} \frac{\rho d\tau}{r^2} \vec{u}$$

