Exercices sur les milieux diélectriques

Année :2011-2012

موقع طريق المعرفة

فريق إعداد الامتحانات و المباريات

ELECTRICITE 3

Exercices corrigées

Exercices sur les milieux diélectriques

Année :2011-2012

مع تحيات فريق إعداد الامتحانات و المباريات

موقع طريق المعرفة

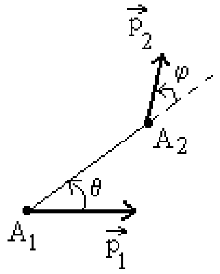
www.rapideway.org www.rapideway.net

اي ملاحظات او مشاركات ترسل على :

rapideway@gmail.com

info@rapideway.org

1)



Deux dipôles électriques de moments $\vec{p}_1$ et $\vec{p}_2$ sont à distance fixe l'un de l'autre mais peuvent s'orienter librement dans le plan.
a) Calculer l'énergie potentielle du système
b) Rechercher les positions d'équilibre stable
c) Calculer la force d'attraction entre les deux dipôles occupant les positions d'équilibre stable

---

2) En un point *O*, on place une charge *q*. Un diélectrique homogène, linéaire, isotrope occupe le volume compris entre les sphères de centre *O* et de rayon *b* et *c* ($c > b$).

a) Déterminer, en tout point, les champs $\vec{E}, \vec{D}, \vec{P}$ ainsi que les charges de polarisation.
b) On remplace la charge *q* par un conducteur sphérique de centre *O* et de rayon *a* ($a < b < c$) porté au potentiel V_0. Quelle charge Q_0 apparaît sur le conducteur ?
Calculer de deux façons différentes l'énergie de constitution du système.

---

3) En coordonnées sphériques avec symétrie de révolution autour d'un axe, $\Delta V = 0$ s'écrit :

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial V}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial V}{\partial\theta}) = 0$$

a) Montrer en cherchant pour V des solutions sous la forme $V(r,\theta) = f(r)\cos\theta$ que

$$V(r,\theta) = (\frac{A}{r^2} + Br)\cos\theta$$

b) Appliquer cette démarche,
- au cas d'une sphère de rayon a, constituée d'un matériau diélectrique de permittivité ε, placée dans le vide où régnait un champ électrique uniforme $\vec{E}_0$,

- au cas d'un diélectrique infini de permittivité ε où régnait un champ uniforme $\vec{E}_0$ et dans lequel on a creusé une sphère de rayon a.

On déterminera, en particulier, le vecteur polarisation, le vecteur champ électrique et la distribution équivalente de charges de polarisation.

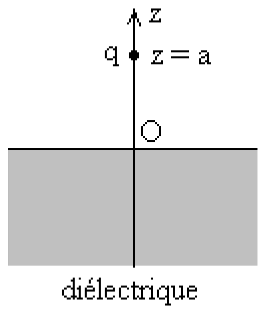
---

4) Soit une distribution de charges dans le vide, entièrement contenue dans le demi-espace $z > 0$. On désigne par $V(x,y,z)$ le potentiel qu'elle crée en tout point de l'espace vide.

Le demi-espace $z<0$ est maintenant occupé par un milieu diélectrique homogène de permittivité ε. On appelle respectivement $V_v(x,y,z>0)$ et $V_d(x,y,z<0)$ les potentiels dans les deux demi-espaces.

a) Montrer que $V_v(x,y,z>0)=V(x,y,z)-AV(x,y,-z)$ et que $V_d(x,y,z<0)=BV(x,y,z)$ où A et B sont des constantes que l'on déterminera.

b) Application



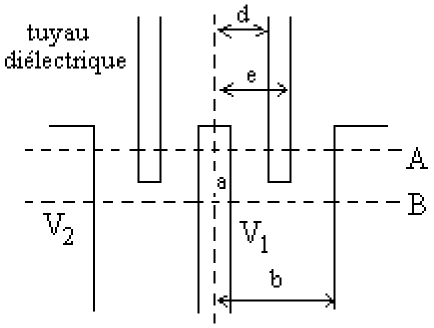
Pour le système ci-contre,

- trouver une distribution équivalente de charges,

- déterminer le vecteur polarisation, les charges volumique et surfacique de polarisation du diélectrique.

---

5)

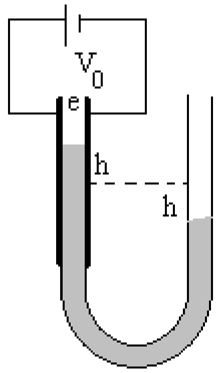


Un tuyau diélectrique de permittivité ε (de rayons intérieur d et extérieur e) peut coulisser entre les armatures à potentiels respectifs V_1 et V_2 d'un condensateur cylindrique (de rayons intérieur a et extérieur b), leurs axes étant confondus.

a) Dans l'hypothèse où les effets de bord sont négligés, expliciter, en fonction de la différence de potentiel V_1-V_2, les champs dans les plans A et B perpendiculaires à l'axe du cylindre.

---

6) Equilibre d'un liquide diélectrique dans un champ électrique



Le tube contenant le liquide à un profil à section rectangulaire d'épaisseur *e*, de grande profondeur.
Un condensateur plan (figure ci-contre) crée le champ électrique dans une partie du liquide de permittivité électrique ε.

A l'application de la différence de potentiel V_0 (du champ électrique), il se crée une dénivellation 2*h* dans le liquide.

Calculer *h*.

---

7) Un milieu est composé de N^* molécules par unité de volume identiques possédant chacune un moment dipolaire $\vec{p}$ distribué, par agitation thermique, au hasard dans toutes les directions.

a) Ces molécules sont soumises à un champ électrique $\vec{E} = E\vec{u}_x$ (on ne se préoccupe pas de l'origine de ce champ)

- Ecrire l'énergie d'interaction des dipôles dans le champ électrique et le nombre dN^* de molécules par unité de volume dans un angle solide $d\Omega = 2\pi \sin\theta\, d\theta$ où $\theta = (\vec{E}, \vec{p})$.

- Montrer que le vecteur polarisation $\vec{P}$ est égal à :

$$\frac{\vec{P}}{N^* p \vec{u}_x} = \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{\exp(x) - \exp(-x)} - \frac{1}{x} = L(x) = \text{fonction de Langevin où } x = \frac{pE}{kT}$$

Etudier la fonction de Langevin

Pour la suite du problème, x<<1

b) Déterminer la permittivité relative ε_r dans le cas d'un milieu dilué.

c) On s'intéresse à un diélectrique solide et on considère chaque molécule comme placée au centre d'une sphère vide, creusée dans le diélectrique continu de permittivité ε.
Déterminer la permittivité relative ε_r si le champ électrique effectif qui agit sur chaque dipôle est :

- le champ de Lorentz $\vec{E} + \dfrac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}$
- le champ d'Onsager $\dfrac{3\varepsilon \vec{E}}{2\varepsilon + \varepsilon_0}$

Comparer les différentes expressions trouvées pour la permittivité.

Corrigées des exercices sur DIELECTRIQUES - Généralités Champ Local

1) On considère dans le vide une sphère Σ de centre 0 et de rayon R, constituée par un diélectrique rigide polarisé de la façon suivante : en un point de la sphère, la polarisation est *radiale* et son intensité P a même valeur en tous les points de Σ.
Un point M de l'espace sera repéré par ses coordonnées sphériques ($r = OM$, θ , φ).

1) Quelles sont les charges fictives de polarisation et quelle est leur somme algébrique totale?
2) En déduire le champ électrique puis le potentiel, que l'on prendra nul à l'infini, en un point quelconque de l'espace (On affectera l'indice 1 à ce qui est intérieur à la sphère et l'indice 2 à ce qui est extérieur).
3) Calculer directement le potentiel en un point quelconque à partir de méthodes générales de l'électrostatique (équation de Poisson...).
4) Déterminer l'énergie électrostatique de cette sphère diélectrique par *trois méthodes différentes*.
5) Le champ dans le diélectrique serait-il modifié si une cavité sphérique, de rayon R_1 et de centre 0, était creusée dans le diélectrique.

---

2) On considère une sphère de rayon R constituée dans un matériau homogène de constante diélectrique ε_i plongée dans un milieu diélectrique homogène de constante diélectrique ε_e. On place ce système dans un champ uniforme $\mathbf{E}_0$ supposé parallèle à l'axe Oz.

1) Calculer le potentiel en tout point de l'espace.
2) Calculer le champ en tout point de l'espace.
3) Calculer le champ dépolarisant dans la sphère.
4) Calculer le facteur dépolarisant dans la sphère
5) Calculer la densité superficielle de charges fictives sur la sphère.

---

3) Calculer le facteur dépolarisant pour une lame diélectrique infinie suivant Ox et Oy soumise, dans le vide, à un champ électrique uniforme $\mathbf{E}_0$ dans les deux cas suivants:
a) $\mathbf{E}_0$ est suivant Oz
b) $\mathbf{E}_0$ est suivant Ox (ou Oy)

---

4) Soit un cylindre diélectrique, infini suivant Oz, placé dans un champ électrique uniforme $\mathbf{E}_0$. Calculer, si $\mathbf{E}_0$ est perpendiculaire à Oz, le vecteur polarisation, le champ électrique à l'intérieur du diélectrique et la densité de charges fictives.

---

5) Calculer le vecteur polarisation, le champ électrique ainsi que la répartition des charges fictives de polarisation pour une sphère de diélectrique placée dans un champ électrique uniforme $\mathbf{E}_0$.

---

6) Calculer le champ de réaction d'un dipôle ponctuel placé au centre d'une cavité sphérique (permittivité ε_1) de rayon R, creusée dans un milieu illimité de permittivité ε_2 .

---

7) Soit une sphère diélectrique monocristalline de symétrie cubique, ne comportant pas de dipôles électriques permanents, soumis à un champ uniforme influençant $\mathbf{E}_0$. Ceci peut être réalisé, par exemple, en plaçant la sphère entre les plaques d'un condensateur de grande dimension par rapport à celle de la sphère.

1) Quel est le champ macroscopique agissant au centre de la sphère?

2) On veut connaître le champ effectif local au centre de la sphère ; on suppose que l'on a ôté de ce point, qui est un site cristallin, l'atome qui aurait dû s'y trouver. Le champ effectif local en ce point s'écrit alors:

$$\mathbf{E}_{loc} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_{dip}$$

où $\mathbf{E}_{dip}$ représente le champ créé par l'ensemble de dipôles induits par le champ extérieur.

21) Rappeler l'expression du champ créé par un dipôle de moment **p** en un point situé à la distance r de ce dipôle, puis l'expression du champ $\mathbf{E}_{dip}$ dû à l'ensemble des dipôles.

22) Le champ est appliqué selon un axe cristallin (Oz par exemple). Calculer $\mathbf{E}_{dip}$ au centre de la sphère.

23) En déduire l'expression du champ effectif local au centre de la sphère. On l'exprimera en fonction de $\mathbf{E}_{dip}$ d'une part, puis de **E** d'autre part, **E** étant le champ macroscopique agissant dans la sphère.

3) On suppose maintenant que l'échantillon n'est plus sphérique mais ellipsoïdal et que le site vacant n'est pas au centre de l'échantillon. On applique le champ suivant un axe de l'ellipsoïde.

31) Exprimer le champ agissant macroscopique dans l'échantillon en fonction du champ influençant, de la polarisation **p** et du facteur dépolarisant N suivant cet axe.

32) Pour trouver l'expression du champ local dans le site vacant, on divise l'échantillon en deux parties, une portion sphérique centrée sur le site vacant, de rayon a et le reste ; le champ dû à l'ensemble des dipôles de l'échantillon s'écrit alors:

$$\mathbf{E}_{dip} = \mathbf{E}_{sphère} + \mathbf{E}_{reste}$$

On admet que le rayon de la sphère est suffisamment grand pour considérer le reste comme un continuum caractérisé par une polarisation **p**, c'est-à-dire qu'on peut considérer le problème comme le calcul d'un champ macroscopique

$$\mathbf{E}_{reste} = \mathbf{E}_{s1} + \mathbf{E}_{s2}$$

où $\mathbf{E}_{s1}$ est le champ dû aux charges de polarisation sur la surface extérieure du reste et $\mathbf{E}_{s2}$ le champ dû aux charges de polarisation sur la surface intérieure du reste. Calculer les expressions de $\mathbf{E}_{s1}$et $\mathbf{E}_{s2}$.

33) En déduire le champ effectif au centre du site vacant

34) Montrer que l'on peut généraliser ce résultat à un échantillon de forme quelconque

Référence :

Site ASSO SHAMPUS

Site Faculté des sciences et techniques.univ-nantes