Chapitre III

CHAMP ET POTENTIEL ELECTROSTATIQUES

I - Champ électrostatique :

On dit qu'il existe un champ électrique en tout point de l'espace, si en ce point peuvent se manifester des forces capables d'agir sur les charges électriques.

1 – Champ crée par une charge ponctuelle :

On dispose de trois charges **Q, q** et **q'** :

a) Si la charge **q** est placée seule au point M, aucune force électrique ne sera présente au point M.

b) Si la charge **Q** est placée au point O et la charge **q** au point M, dans ce cas la charge **q** est soumise à une force $\vec{F}_{Qq}$:

$$\vec{F}_{Qq} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Qq}{r^2}\vec{u}_{OM} = q\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\vec{u}_{OM}\right)$$

c) Sans modifier la charge **Q**, la charge **q** est remplacée par la charge q', dans ce cas une nouvelle force $\vec{F}_{Qq'}$ s'applique au point P :

$$\vec{F}_{Qq'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Qq'}{r^2}\vec{u}_{OM} = q'\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\vec{u}_{OM}\right)$$

En observant les expressions de ces deux forces, il apparaît que le remplacement de q par q' n'a pas modifié l'expression vectorielle entre parenthèses. Cette grandeur vectorielle qu'on note $\vec{E}(M)$, est appelé **le champ électrique,** au point M, créé par la charge **Q** .

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\vec{u}_{OM}$$

$\vec{E}(M)$ est dû aux charges autres que celles que l'on place au point M .

La force exercée sur une charge ponctuelle **q** ou **q'** placée au point M est le produit de cette charge par le champ électrique en ce même point :

$$\vec{F}_{Qq}(M) = q\vec{E}(M) \quad \text{ou} \quad \vec{F}_{Qq'}(M) = q'\vec{E}(M)$$

Remarque :

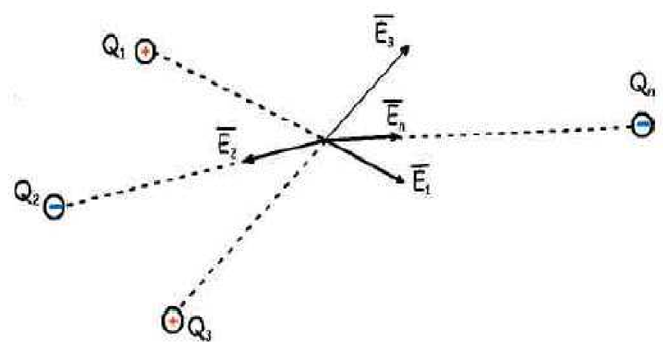
La charge **Q** qui crée le champ électrique en tout point de l'espace est la source du champ. Les charges **q** et **q**' sont un moyen de mettre en évidence la présence du champ électrique au point M.

Il y a un champ électrique autour de **Q** même en l'absence de la petite charge d'essai (**q** ou **q'**) qui sert à le mettre en évidence.

Le champ électrique est une grandeur vectorielle qui s'exprime dans le système MKSA, en Newton par Coulomb (N/C). Un champ électrique de 1 N/C crée sur une charge de 1 C une force de 1 N.

2- <u>Champ crée par une distribution discontinue de charges</u> :

Le principe de superposition qui s'applique aux forces électriques (voir chapitre I) s'applique également aux champs électriques (ces grandeurs ne sont séparées que par le coefficient de proportionnalité q). Pour calculer le champ créé en un point par un ensemble de n charges $\mathbf{Q_i}$, on détermine d'abord le champ $\vec{\mathbf{E}}_1$ dû à $\mathbf{Q_1}$, le champ $\vec{\mathbf{E}}_2$ dû à $\mathbf{Q_2}$, …, le champ $\vec{\mathbf{E}}_n$ dû à $\mathbf{Q_n}$. Le champ résultant $\vec{\mathbf{E}}(\mathbf{M})$ est égal à la somme vectorielle des champs individuels $\vec{\mathbf{E}}_i$:



$$\vec{\mathbf{E}}(\mathbf{M}) = \sum_{i}^{n} \vec{\mathbf{E}}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \sum_{i}^{n} \frac{\mathbf{Q}_i}{\mathbf{r}_i^2} \vec{\mathbf{u}}_i$$

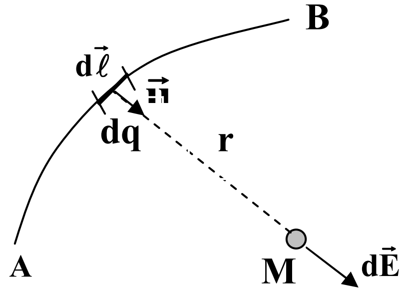
3- <u>Champ crée par une distribution continue de charges</u> :

Dès que le nombre de charges augmente, la relation précédente ne permet plus de calculer le champ électrique, les calculs devenant trop complexes. Dans beaucoup de cas on pourra faire l'approximation que la charge électrique est répartie de manière continue dans l'espace et remplacer la somme par une intégrale. Le calcul de cette intégrale est grandement simplifié lorsque la distribution de charge est uniforme, c'est-à-dire de même densité partout dans l'espace considéré.

a – <u>Distribution linéique</u> :

Soit une charge **Q** répartie sur un fil conducteur avec une densité linéique λ :

Soit un élément $\overrightarrow{\mathbf{d\ell}}$ du fil. Ce $\overrightarrow{\mathbf{d\ell}}$ contient une charge élémentaire **dq**, qui peut être assimilée à une charge ponctuelle.



Le champ élémentaire $\mathbf{d\vec{E}}$ crée par **dq** au point M est :

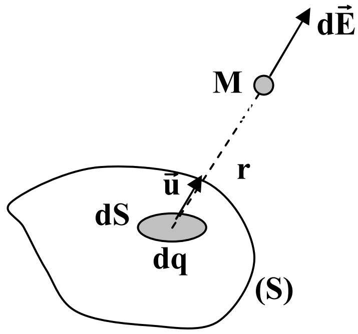
$$\mathbf{d\vec{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\mathbf{dq}}{\mathbf{r^2}}\mathbf{\vec{u}} \text{ avec } \mathbf{dq} = \lambda\,\mathbf{d}\ell$$

Le champ total $\vec{\mathbf{E}}$ crée par toute la distribution est :

$$\vec{\mathbf{E}} = \int_{AB}\mathbf{d\vec{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int_A^B\frac{\lambda\mathbf{d}\ell}{\mathbf{r^2}}.\mathbf{\vec{u}}$$

Si la distribution est uniforme (λ = constante) : $\vec{\mathbf{E}} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o}\int_A^B\frac{\mathbf{d}\ell}{\mathbf{r^2}}.\mathbf{\vec{u}}$

b – <u>Distribution surfacique :</u>



Soit une surface chargée avec une densité surfacique σ (σ > 0).

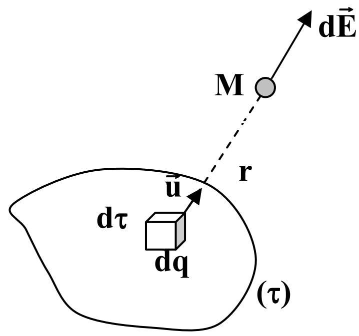
Le champ élémentaire $\mathbf{d\vec{E}}$ crée par la charge **dq** au point M est :

$$\mathbf{d\vec{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\mathbf{dq}}{\mathbf{r^2}}\mathbf{\vec{u}} \text{ avec } \mathbf{dq} = \sigma\,\mathbf{dS}$$

Le champ total $\vec{\mathbf{E}}$ crée par toute la distribution surfacique est :

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\iint_S\frac{\sigma\mathbf{dS}}{\mathbf{r^2}}.\mathbf{\vec{u}}$$

c – <u>Distribution volumique :</u>



De même pour une distribution volumique , une charge **dq** contenue dans un élément de volume **dτ** crée un champ élémentaire $\mathbf{d\vec{E}}$ au point M :

$$\mathbf{d\vec{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\mathbf{dq}}{\mathbf{r^2}}\mathbf{\vec{u}} \quad \text{avec } \mathbf{dq} = \rho\mathbf{d}\tau$$

Le champ total $\vec{\mathbf{E}}$ crée par tout le volume **τ** est :

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\iiint_\tau\frac{\rho\mathbf{d}\tau}{\mathbf{r^2}}\mathbf{\vec{u}}$$

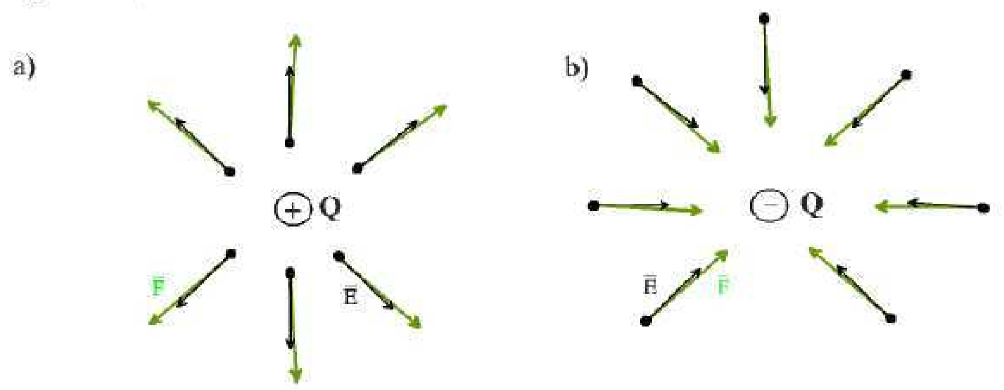
4 - <u>Topographie du champ électrique</u> :

a- **<u>Représentation du champ électrique</u>** :

Le champ électrique est un champ vectoriel, c'est-à-dire qu'il est caractérisé en chaque point **r** de l'espace par un vecteur $\vec{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$ dont il faut connaître la direction, le sens et l'intensité. Dans un repère orthonormé cartésien, il est repéré par ses trois composantes scalaires : E_x, E_y et E_z .

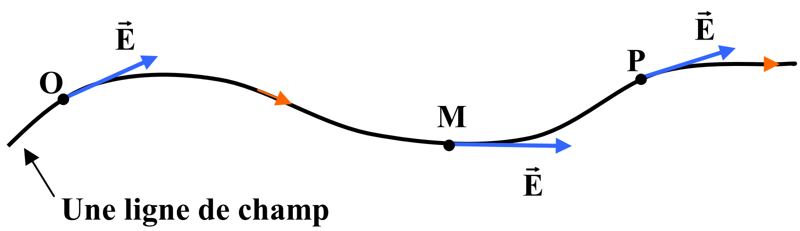
Exemple : Champ crée par une charge ponctuelle **Q** en un point M de l'espace :

Le champ électrique tout comme la force de Coulomb est radial, il s'éloigne de la charge **Q** si celle-ci est positive (voir figure a) et se dirige vers celle-ci si elle est négative (voir figure b).



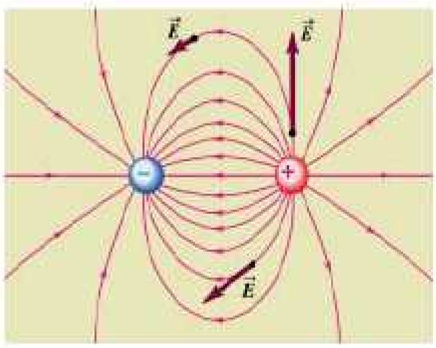
b- **<u>Lignes de champ</u>** :

Etant donné un champ de vecteurs $\vec{E}$, une ligne de champ est par définition une courbe en tout point de laquelle le vecteur champ $\vec{E}$ est tangent (voir figure ci-dessous). Par convention une ligne de champ est orientée suivant le sens du champ électrique $\vec{E}$.



<u>Principales propriétés</u> :

1- Une ligne de champ électrique part toujours de la charge positive (ou de l'infini) et arrive à la charge négative (ou à l'infini).



Exemple de lignes de champ

2 - Les lignes de champ ne se coupent jamais. En tout point de l'espace passe une ligne de champ sauf dans les endroits où il y'a des charges.

3- L'intensité du champ est proportionnelle à la densité des lignes de champ.

4- Pour établir l'équation d'une ligne de champ, il suffit d'écrire: $\vec{\mathbf{E}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{dl}} = \vec{\mathbf{0}}$.

c- <u>Tube de champ</u> :

Un tube de champ est un ensemble de lignes de champ s'appuyant sur un contour fermé (voir figure ci-contre).